

단기간에 완성하는 핵심 학습

대성  
단기특강

수학 II

# 이 책의 구성과 특징

## 교과서 핵심 개념 정리

교과서 핵심 개념을 유형별로 정리하였습니다.

### 02 함수의 연속

#### 기초 1 구간과 연속

- (1) 구간: 두 실수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여 실수의 집합  $\{x \mid a < x < b, \text{ 또는 } a \leq x < b, \text{ 또는 } a < x \leq b, \text{ 또는 } a \leq x \leq b\}$ 를 각각 구간이라 하고, 이것을 각각 가오픈구간, 좌구간, 우구간, 닫힌구간이라 한다.
- (2) 함수의 연속: 함수  $f(x)$ 가 실수  $a$ 에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 연속이라 한다.
  - ① 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 정의되어 있다.
  - ② 극한값  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.
  - ③  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

#### 개념 + 2

- 구간에서 연속인지 확인하는 수의 순
- (1) 구간호를 고려하여 끝부분 함수에서 구간의 경계가 되는  $x$ 의 값
- (2) 분수함수에서 분모가 0이 되지 않는  $x$ 의 값
- (3) 방정식이나 부등식을 푸는 것
- (4) 여러 경우를 제대로 연속인 경우가 없으나 확인해야 한다.

#### 다들 어려워

01 모든 구간에서 닫힌 구간 [0, 5]에서 연속인 함수만을 있는 대로 고른 것은?

$$\begin{aligned} & \text{㉠ } f(x) = \frac{1}{x+1} \\ & \text{㉡ } f(x) = |2x-3| \\ & \text{㉢ } f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉠, ㉡, ㉢  
④ ㉡, ㉢    ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

풀이 구간에서 (0과) 5인 구간 [0, 5]에 존재하는데, 방정식이 0이 될 수도 있는  $x$ 의 값에서 연속인지 확인한다.

14 1. 함수의 극한과 연속

02 다음 중  $x=1$ 에서 연속인 함수는?

- ①  $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$
- ②  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$
- ③  $f(x) = \sqrt{x-1}$  ( $x \geq 1$ )
- ④  $f(x) = \begin{cases} x^2-2x+1, & (x \geq 1) \\ -1, & (x < 1) \end{cases}$
- ⑤  $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & (x \geq 1) \\ -x^2+2x, & (x < 1) \end{cases}$

03 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2+ax-6, & (x \neq 2) \\ b, & (x=2) \end{cases}$ 가  $x=2$ 에서 연속일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① 3    ② 4    ③ 5  
④ 6    ⑤ 7

04 모든 실수  $x$ 에 대하여 연속인 함수  $f(x)$ 가  $(x+3)f(x) = 2x^2 + ax - 3$ 를 만족시킬 때,  $a + (-3)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

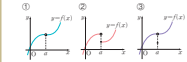
- ① -2    ② -3    ③ -4  
④ -5    ⑤ -6

## 개념+α

개념 추가 설명이나 공식 및 공식 유도, 실전 문제 풀이의 노하우 등 다양한 내용을 자세히 제시하였습니다.

### 개념 2 불연속인 함수

- (1) 함수의 불연속: 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 연속이 아닐 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 불연속이라 한다. 함수  $f(x)$ 가 연속이 되는 세 조건 중 어느 한 가지라도 만족하지 않으면  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 불연속이다.
- (2) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 불연속인 유형
  - ①  $f(x)$ 가 정의되어 있지 않다.
  - ② 극한값  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지 않는다.
  - ③  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$



개념 + α  
함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 연속이면  $x=a$ 에서 함수  $f(x)$ 의 그래프는 연결되어 있고, 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 불연속이면  $x=a$ 에서 함수  $f(x)$ 의 그래프는 끊어져 있다. 따라서 함수의 연속성을 조사할 때 그래프를 그려서 확인하는 방법도 있다.

개념 05 함수  $f(x) = \begin{cases} -3x+9, & (x < 1) \\ 5, & (x=1) \text{에 대하여} \\ -x^2+2x+5, & (x > 1) \end{cases}$

$f(1) = a$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = b$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = c$  이므로 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 불연속이다. 세 상수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

풀이 구간호를 나타낸 함수에서 구간 경계에서의 좌극한과 우극한은 구별하여 함수를 잘라 놓아야 한다.

06 함수  $f(x) = \begin{cases} x & (x=0) \\ x & (x \neq 0) \end{cases}$ 에 대하여 (3가)에서

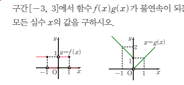
옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, [a]는  $x=a$ 로 크지 않은 차에의 정수이다.)

㉠  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ 이다.  
㉡. 함수  $f(x)$ 가 불연속인  $x$ 의 값은 무수히 많다.

- ㉢  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$   
① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉠, ㉡, ㉢  
④ ㉠, ㉢    ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

07 두 함수  $f(x), g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 구간  $[-3, 3]$ 에서 함수  $f(x)g(x)$ 가 불연속이 되는 모든 실수  $x$ 의 값을 구하시오.



022 함수의 연속 15

## 대표 예제

교과서 예제, 유제 수준의 문제를 해결방법과 함께 제시하여 핵심 개념을 쉽게 익히도록 하였습니다.

## 유제

쉬운 문제부터 개념의 이해를 완성하는 다양한 문제를 제시하여 기초 실력을 쌓을 수 있도록 하였습니다.

### 실전문제 넘어 서기

등급 향상을 목표로 하는 학생들이 충분히 연습할 수 있도록 출제 빈도가 높은 문제를 난이도별로 제시하였습니다.

#### 실전문제 넘어 서기

01 함수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여  $(x-2)f(x)=5x^2-2x-8$ 이 성립할 때,  $f(2)$ 의 값은?

- ㉠ -2    ㉡ 1    ㉢ 4
- ㉣ 7    ㉤ 10

02 함수  $f(x)=\begin{cases} -3x+a & (x<1) \\ x+1 & (x\geq 1) \end{cases}$  이 함수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

- ㉠ 1    ㉡ 2    ㉢ 3
- ㉣ 4    ㉤ 5

03 함수  $f(x)=\begin{cases} \frac{2x-5}{x-1} & (x<1) \\ \frac{(x-2)(3x-k)}{x-2} & (1\leq x<2) \\ c & (x\geq 2) \end{cases}$  가 함수 전체의 집합에서 연속일 때, 세 상수  $a, k, c$ 의 합  $a+k+c$ 의 값은?

- ㉠ 7    ㉡ 9    ㉢ 11
- ㉣ 13    ㉤ 15

04 두 함수  $f(x), g(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속일 때,  $(0, a)$ 에서 연속이 있는 대로 고른 것은? (단,  $f(x) \neq 0, g(x) \neq 0$ )

- ㉠. 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 연속이다.
  - ㉡. 함수  $f(x)/g(x)$ 는  $x=0$ 에서 연속이다.
  - ㉢. 함수  $f(x)+g(x)$ 는  $x=0$ 에서 연속이다.
- ㉣ 가, 나    ㉤ 가, 나, 다

05 단항함수  $f(x)$ 가  $f(-1)=f(3)=-1$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}=2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}=3$ 을 만족시킬 때, 방정식  $f(x)=0$ 은 열린 구간  $(-1, 3)$ 에서 적어도 몇 개의 실근을 갖는지 구하시오.

06 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수  $g(x)=x^2+2x+k$ 에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가  $x=1$ 에서 연속이 되도록 하는 상수  $k$ 의 값은?

- ㉠ -3    ㉡  $-\frac{5}{2}$     ㉢ -2
- ㉣  $-\frac{3}{2}$     ㉤ -1

#### 수능 유형 맛보기

07 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 의 값은? (단,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)=1$ )

- ㉠ 가    ㉡ 다    ㉢ 가, 나
- ㉣ 나, 다    ㉤ 가, 나, 다

08 함수  $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x\leq 0) \\ x^2 & (x>0) \end{cases}$  에 대하여 함수  $f(x)/g(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

09 함수  $f(x)=\begin{cases} ax+4 & (x\leq 2) \\ \frac{1}{x} & (x>2) \end{cases}$  가 함수 전체의 집합에서 연속일 때,  $f(1)+f(3)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

10 단원 구간  $(0, 4)$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? (단,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)=1$ )

- ㉠ 나    ㉡ 다    ㉢ 가, 다
- ㉣ 나, 다    ㉤ 가, 나, 다

11 두 함수  $f(x)=\begin{cases} x+3 & (x\leq 0) \\ x^2-x & (x>0) \end{cases}, g(x)=x-(5a+7)$  에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 함수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

### 수능 유형 맛보기

수능에 대비하여 자신감을 얻고 실전에 적응할 수 있도록 하였습니다.

### 서술형

서술형 문제를 출제하여 실제 시험에 대비할 수 있도록 하였습니다.

### 정답 및 풀이

자세한 풀이와 다른 풀이를 제시하여 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있도록 하였습니다.

### 특강 + PLUS

보충 설명이나 관련된 개념을 추가로 제시하여 활용할 수 있도록 하였습니다.

### 함수의 극한과 연속

01  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+2x+3) = 2^2+2 \times 2+3=11$

02  $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$  라고 하면  $f(x)=\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$  이므로  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 2-2=0$

03  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-1} = \frac{2-3}{2-1} = -1$

04 (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = 0$

05  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

06  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1+1+1=3$

07  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2-2x) = 1^2-2 \times 1 = -1$

08  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (-x+1) = 0$

09  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)-2g(x)) = 4\lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 2\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4 \times 3 - 2 \times 6 = 6$

10  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+f(x)}{x^2-x+3+x} = \frac{2+1}{1-1+3+1} = \frac{3}{4}$

11  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)-(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3$

13  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-6x+6}{x^2-5x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-1} = \frac{2-3}{2-1} = -1$

14  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2-x+3+x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2+3} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

15  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x}{4x^2-7x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-3)}{x(4x-7)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{4x-7} = \frac{2-3}{4 \times 2-7} = \frac{-1}{8-7} = -1$

16  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\frac{1}{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{-1} = -2$

# 이 책의 차례

## I

### 함수의 극한과 연속

01강 | 함수의 극한 ..... 6

02강 | 함수의 연속 ..... 14

## II

### 미분

03강 | 미분계수와 도함수 ..... 20

04강 | 도함수의 활용(1) ..... 26

05강 | 도함수의 활용(2) ..... 32

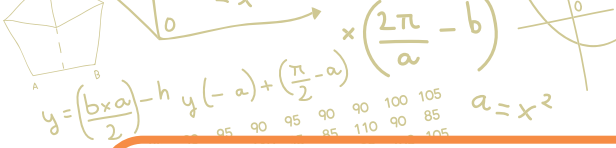
06강 | 도함수의 활용(3) ..... 38

Ⅲ

적분

|               |    |
|---------------|----|
| 07강   부정적분    | 44 |
| 08강   정적분     | 48 |
| 09강   정적분의 활용 | 56 |

책 속의 책    정답 및 풀이



# 01 강

## 함수의 극한

학습  
체크

- 개념 1 함수의 수렴과 발산
- 개념 2 좌극한과 우극한
- 개념 3 함수의 극한에 대한 성질
- 개념 4 함수의 극한값의 계산
- 개념 5 함수의 극한의 대소 관계
- 개념 6 함수의 극한과 미정계수
- 실전문제 넘어 서기

### 개념 1 함수의 수렴과 발산

- (1) **함수의 수렴** : 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 가 아니면  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $a$ 에 한없이 가까워지면 함수  $f(x)$ 는  $a$ 에 수렴한다고 한다. 이때  $a$ 를 함수  $f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 극한 또는 극한값이라 한다. 이것을 기호로 나타내면  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$  또는  $x \rightarrow a$ 일 때  $f(x) \rightarrow a$ 이다.
- (2) **함수의 발산** : 함수  $f(x)$ 에서  $x \rightarrow a$ 일 때
  - ① 양의 무한대로 발산 :  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$
  - ② 음의 무한대로 발산 :  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$
- (3)  $x \rightarrow \infty$  또는  $x \rightarrow -\infty$ 일 때, 함수  $f(x)$ 가 양의 무한대 또는 음의 무한대로 발산하면 이것을 각각 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

#### 개념 + a

- (1) 함수가 정의되지 않는 곳에서도 극한값은 존재할 수 있다.  
 $x \rightarrow a$ 라는 것은  $x$ 의 값이  $a$ 가 아니면서  $a$ 에 한없이 가까워진다는 뜻이므로 함수의 정의역에  $a$ 가 반드시 속할 필요는 없다.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다고 해서  $f(a)$ 의 값이 반드시 존재하는 것은 아니며  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $f(a)$ 가 각각 존재하지만  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ 일 수도 있다.

02  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ 의 값을 구하시오.

03  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{|x| - 2x}$ 에 대하여 옳은 것은?

- ① 극한값이 존재하고, 그 값은 0이다.
- ② 극한값이 존재하고, 그 값은  $\frac{1}{3}$ 이다.
- ③ 극한값이 존재하고, 그 값은  $-\frac{1}{3}$ 이다.
- ④  $\infty$ 로 발산한다.
- ⑤  $-\infty$ 로 발산한다.

#### 대표 예제

01  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 3)$ 의 값을 구하시오.

**Tip** 함수에  $x=1$ 을 대입한다.

04 그래프를 이용하여 다음 극한값을 구하시오.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x}\right)$       (2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x^2}\right)$

**개념 2** 좌극한과 우극한

- (1) 좌극한 : 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 보다 작으면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\alpha$ 에 한없이 가까워지면  $\alpha$ 를  $x=a$ 에서의 함수  $f(x)$ 의 좌극한이라 하고, 기호로  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \alpha$ 로 나타낸다.
- (2) 우극한 : 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 보다 크면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\beta$ 에 한없이 가까워지면  $\beta$ 를  $x=a$ 에서의 함수  $f(x)$ 의 우극한이라 하고, 기호로  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \beta$ 로 나타낸다.
- (3) 함수  $f(x)$ 에서 좌극한  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 와 우극한  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 가 모두 존재하고 그 값이 서로 같으면 극한값  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.  
또한 그 역도 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \alpha$$

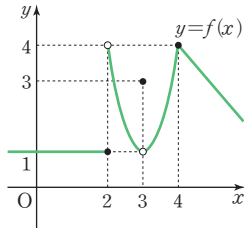
$$\iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$$

**개념 +**  $\alpha$

일반적으로 다항함수는 좌극한과 우극한이 같다. 한편 절댓값이 포함된 함수나 구간을 나누어 정의된 함수는 좌극한과 우극한을 각각 확인한다.

대표 예제

**05** 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 극한값이 존재하지 않는 것은?

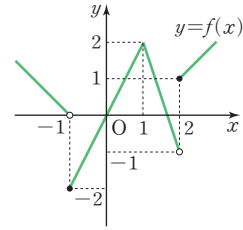


- ①  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$       ②  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$       ③  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$
- ④  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$       ⑤  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$



**Tip** 우극한과 좌극한이 반드시 일치하는 것은 아니며, 이 경우에는 극한값이 존재하지 않는다.

**06** 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값을 구하시오.



**07** 다음 중 극한값이 존재하지 않는 것은?

- ①  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x)$       ②  $\lim_{x \rightarrow -1} (x-3)(x-1)$
- ③  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x-1}$       ④  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$
- ⑤  $\lim_{x \rightarrow -1} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$

**08** 함수  $f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x < 1) \\ x^2+1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값을 각각 구하시오.

### 개념 3 함수의 극한에 대한 성질

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는 실수)일 때

(1)  $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

$= k\alpha$  (단,  $k$ 는 상수)

(2)  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

$= \alpha + \beta$

$\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

$= \alpha - \beta$

(3)  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

$= \alpha\beta$

(4)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$

$= \frac{\alpha}{\beta}$  (단,  $g(x) \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ )

#### 개념 + $\alpha$

(1) 함수의 극한에 대한 성질은 극한값이 존재할 때만 성립한다.

(2) 함수의 극한에 대한 성질은

$x \rightarrow a^+$ ,  $x \rightarrow a^-$ ,  $x \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$

일 때도 성립한다.

#### 대표 예제

09 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2$

일 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} \{4f(x) - 2g(x)\}$ 의 값은?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10

**풀이** | 극한에 대한 성질에 의해 값을 계산한다.

**Tip**

10 함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f(x)}{x - 3f(x)}$ 의 값은?

- ①  $-\frac{4}{5}$                   ②  $-\frac{3}{5}$                   ③  $-\frac{2}{5}$   
④  $-\frac{1}{5}$                   ⑤ 0

11 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) + g(x)\} = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - 2g(x)\} = -5$

일 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{\{f(x)\}^2}$ 의 값은?

- ① 8                      ② 12                      ③ 16  
④ 20                    ⑤ 24

12 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)g(x+2) = 5$

일 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x+2)g(x)}{xf(x-2)}$ 의 값은?

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
④ 14                    ⑤ 16



### 개념 4 함수의 극한값의 계산

(1)  $\frac{0}{0}$  꼴의 극한

①  $\frac{\text{다항식}}{\text{다항식}}$  인 경우 : 분자와 분모를 각각 인수분해한 후 약분한다.

② 무리식인 경우 : 무리식을 유리화한 후 약분한다.

(2)  $\frac{\infty}{\infty}$  꼴의 극한 : 분모의 최고차항으로 분모와 분자를 각각 나눈다.

(3)  $\infty - \infty$  꼴의 극한

① 다항식인 경우 : 최고차항으로 묶는다.

② 무리식인 경우 : 무리식을 유리화한다.

(4)  $\infty \times 0$  꼴의 극한 :  $\infty \times c$ ,  $\frac{c}{\infty}$ ,  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$  꼴로 변형하여 계산한다. (단,  $c$ 는 상수)

#### 개념 + $\alpha$

(1)  $\frac{0}{0}$ ,  $\infty \times 0$ 에서 0은 숫자 0이 아니라 0에 한없이 가까워지는 것을 의미한다.

(2)  $\frac{\infty}{\infty}$  꼴의  $\frac{\{\text{다항식 } f(x)\}}{\{\text{다항식 } g(x)\}}$  의 극한  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$  에서

①  $\{f(x)\}$ 의 차수  $>$   $\{g(x)\}$ 의 차수일 때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \quad \text{또는} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$$

②  $\{f(x)\}$ 의 차수  $=$   $\{g(x)\}$ 의 차수일 때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\{f(x)\} \text{의 최고차항의 계수}}{\{g(x)\} \text{의 최고차항의 계수}}$$

③  $\{f(x)\}$ 의 차수  $<$   $\{g(x)\}$ 의 차수일 때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

14  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+x+3}+x}$ 의 값을 구하시오.

15  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ 의 값이 0이 아닌 실수일 때,  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-3f(x)}{4x^3+2f(x)}$ 의 값은?

- ① 0                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

16  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2-2x})$ 의 값은?

- ① -4                      ②  $-\frac{7}{2}$                       ③ -3  
 ④  $-\frac{5}{2}$                       ⑤ -2

#### 대표 예제

13  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}$ 의 값을 구하시오.

**꿀팁** | 분자와 분모를 인수분해하여 식을 정리한다.

## 개념 5 함수의 극한의 대소 관계

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는 실수)일 때,

$a$ 에 가까운 모든 실수  $x$ 에 대하여

(1)  $f(x) \leq g(x)$ 이면  $\alpha \leq \beta$ 이다.

(2) 함수  $h(x)$ 에 대하여  $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고  $\alpha = \beta$ 이면  $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$ 이다.

### 개념 + $\alpha$

위의 (1), (2)의 가정의 부등식에서 등호가 없는 경우에도 결론은 성립한다. 즉,

(1)  $f(x) < g(x)$ 이면  $\alpha \leq \beta$ 이다.

(2)  $f(x) < h(x) < g(x)$ 이고  $\alpha = \beta$ 이면  $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$ 이다.

### 대표 예제

17  $f(x)$ 가 모든 양수  $x$ 에 대하여 부등식

$$5x + 2 \leq xf(x) < \frac{5x^2 + 4x + 3}{x}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 의 값을 구하시오.



함수의 극한값을 구하는 문제에서 부등식이 나오면 주어진 식이 수렴할 수 있도록 조건식을 변형한다.

18 양의 실수 전체에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 부등식

$$\frac{1}{x^3 + 10} < x^2 f(x) < \frac{1}{x^3 + 2}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x^5 + 2)f(x)$ 의 값을 구하시오.

19 모든 실수  $x$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가 연립부등식

$$2x^2 - 1 \leq (x^2 + 1)f(x) \leq 2x^2 + 3$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

20  $0 < x < 3$ 인 실수  $x$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가 연립부등식

$$x^2 - 2x - 3 < (x^2 - 9)f(x) < 2x^2 - 8x + 6$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$